

201 Espaces de fonctions. Exemples et applications.

- Stone-Weierstrass [Hirsch and Lacombe, 2009]
- $-u'' + u = f$ sur $H^1(\mathbb{T})$

1 L'espace des fonctions continues

1.1 Continuité et convergence

[Gourdon, 2020]

1.2 Fonctions continues sur un compact

[Hauchecorne, 2007] [Hirsch and Lacombe, 2009] [Candelpergher, 2009] [Queffélec, 2020] [Gourdon, 2020]

1.3 Parties denses

[Gourdon, 2020] [Hirsch and Lacombe, 2009]

2 Les espaces L^p

2.1 Les espaces de Banach L^p

[Briane and Pages, 2006]

2.2 Convolution, régularisation, densité

[Brezis, 2005]

3 Espaces de Sobolev en dimension 1

3.1 L'espace $W^{1,p}$

[Brezis, 2005]

3.2 L'espace $W_0^{1,p}$

[Brezis, 2005]

3.3 Applications aux EDP

[Brezis, 2005] [Hirsch and Lacombe, 2009]

203 Utilisation de la notion de compacité.

- Stone Weierstrass [Hirsch and Lacombe, 2009]
- Compacité dans L^p [Brezis, 2005] [Hirsch and Lacombe, 2009]

1 Généralités sur la compacité

1.1 Propriété de Borel-Lebesgue

[Queffélec, 2020] [Gourdon, 2020]

1.2 Propriété de Bolzano-Weierstrass

[Gourdon, 2020]

2 Compacité et continuité

2.1 Premiers résultats

[Gourdon, 2020] [Gonnard and Tossel, 1998] [Rouvière, 2009]

2.2 Résultats d'uniformité

[Gourdon, 2020] [Queffélec, 2020] [Li, 2013] [Candelpergher, 2009]

2.3 Extrema

[Gourdon, 2020] [Testard, 2012]

3 Espaces de fonctions continues sur un compact

3.1 Théorèmes de densité

[Gourdon, 2020] [Queffélec and Zuily, 2020] [Hirsch and Lacombe, 2009]

3.2 Compacité en dimension infinie

[Brezis, 2005] [Berthelin, 2021] [Hirsch and Lacombe, 2009]

204 Connexité. Exemples et applications.

- Brouwer [Gonnard and Tossel, 1998]
- Hadamard Lévy [Bernis and Bernis, 2018]

1 Généralités

1.1 Définition et premières propriétés

[Queffélec, 2020] [Hauchecorne, 2007]

1.2 Les connexes de \mathbb{R}

[Queffélec, 2020] [Hauchecorne, 2007]

1.3 Connexité par arcs

[Hassan, 2011]

2 Passage du local au global

2.1 Calcul différentiel

[Rouvière, 2009] [Bernis and Bernis, 2018] [Gonnard and Tossel, 1998]

2.2 EDO

[Berthelin, 2021]

3 Analyse complexe

3.1 Fonctions holomorphes

[Queffélec and Queffélec, 2017]

3.2 Simple connexité et homotopie

[Queffélec and Queffélec, 2017]

205 Espaces complets. Exemples et applications.

- Optimisation Hilbert [Ciarlet, 2006]
- Lax-Milgram [Hirsch and Lacombe, 2009] [Brezis, 2005]

1 Généralités

1.1 Suites de Cauchy

[Gourdon, 2020] [Li, 2013] [Hassan, 2011]

1.2 Espace complet

[Gourdon, 2020] [Li, 2013] [Hassan, 2011]

2 Théorèmes fondamentaux et applications

2.1 Le théorème de point fixe de Picard

[Gourdon, 2020] [Hassan, 2011]

2.2 Prolongement des applications uniformément continues

[Hassan, 2011] [Gourdon, 2020]

2.3 Théorie de Baire

[Li, 2013] [Gourdon, 2020]

3 Espace de Hilbert

3.1 Définition

[Brezis, 2005] [Li, 2013]

3.2 Théorème de projection

[Li, 2013] [Brezis, 2005]

3.3 Optimisation dans un Hilbert

[Ciarlet, 2006] [Allaire, 2005]

206 Exemples d'utilisation de la notion de dimension finie en analyse.

— Brouwer [Gonnard and Tossel, 1998]
— Hadamard Lévy [Bernis and Bernis, 2018]
[Rouvière, 2009] [Gourdon, 2020] [Gourdon, 2021] [Brezis, 2005] [Li, 2013]

1 Espace vectoriel normé

1.1 Équivalence des normes

1.2 Compacité

2 Calcul différentiel

2.1 Les théorèmes d'inversion

2.2 Sous-variétés de \mathbb{R}^n

3 Espace préhilbertien, espace de Hilbert

3.1 Théorème de projection

3.2 Base hilbertienne

3.3 Applications aux séries de Fourier

208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

— Lax-Milgram [Hirsch and Lacombe, 2009] [Brezis, 2005]
— Théorème de Plancherel [Rudin, 2020]
[Ciarlet, 2006] [Allaire, 2005] [Brezis, 2005] [Li, 2013] [Hassan, 2011] [Gourdon, 2020] [Hauchecorne, 2007]
[Hirsch and Lacombe, 2009] [Amrani, 2008]

1 Normes et applications linéaires

1.1 Normes

1.2 Applications linéaires

1.3 Cas de la dimension finie

2 Espaces de Banach

2.1 Suites de Cauchy

2.2 Théorie de Baire

2.3 Prolongement des applications uniformément continues

3 Espace de Hilbert

3.1 Définition

3.2 Théorème de projection

3.3 Optimisation dans un Hilbert

209 Approximation d'une fonction par des fonctions régulières. Exemples et applications.

- Stone Weierstrass [Hirsch and Lacombe, 2009]
- Compacité dans L^p [Brezis, 2005] [Hirsch and Lacombe, 2009]

1 Approximation polynômiales

1.1 Approximation locale

[Gourdon, 2020]

1.2 Approximation sur un compact : le théorème de Stone-Weierstrass

[Gourdon, 2020] [Hirsch and Lacombe, 2009] [Queffélec and Zuily, 2020]

2 Le cas des fonctions périodiques : utilisation des séries de Fourier

2.1 Définition et premiers exemples

[Queffélec and Zuily, 2020] [Amrani, 2008]

2.2 Noyaux trigonométriques

[Queffélec and Zuily, 2020] [Amrani, 2008]

2.3 Le théorème de Fejer

[Queffélec and Zuily, 2020] [Amrani, 2008]

3 Convolution et régularisation

3.1 Convolution

[Brezis, 2005] [Li, 2013] ([Rudin, 2020] pour Plancherel)

3.2 Suites régularisantes

[Brezis, 2005]

3.3 Compacité dans les L^p

[Brezis, 2005]

213 Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.

- Lax Milgram [Hirsch and Lacombe, 2009] [Brezis, 2005]
- Optimisation Hilbert [Ciarlet, 2006]

1 Généralités et premiers exemples

1.1 Produit scalaire

[Li, 2013]

1.2 Espaces de Hilbert

[Li, 2013]

2 Théorème de projection, conséquences

2.1 Théorème de projection

[Li, 2013] [Brezis, 2005]

2.2 TSO

[Hauchecorne, 2007] [Li, 2013]

2.3 Théorème de Riesz

[Li, 2013] [Brezis, 2005] [Hirsch and Lacombe, 2009] [Ciarlet, 2006]

3 Bases hilbertiennes

3.1 Définition et existence

[Brezis, 2005] [Beck et al., 2005]

3.2 Série de Fourier

[Beck et al., 2005] [Queffélec and Zuily, 2020]

4 Espace de Sobolev

4.1 $H^1(I)$

[Brezis, 2005]

4.2 $H_0^1(I)$

[Brezis, 2005]

4.3 Applications aux EDP

[Brezis, 2005] [Hirsch and Lacombe, 2009]

214 Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et en géométrie.

- Brouwer [Gonnard and Tossel, 1998]
- Hadmard Lévy [Bernis and Bernis, 2018]

1 Différentiabilité et inversion locale

1.1 Rappel sur la différentiabilité

[Gourdon, 2020] [Rouvière, 2009] [Beck et al., 2005]

1.2 Le théorème d'inversion locale

[Rouvière, 2009] [Gourdon, 2020]

1.3 Résultats globaux

[Bernis and Bernis, 2018] [Rouvière, 2009] [Gourdon, 2020] [Gonnard and Tossel, 1998]

2 Le théorème des fonctions implicites

2.1 Énoncé

[Gourdon, 2020] [Rouvière, 2009]

2.2 Applications

[Gourdon, 2020] [Rouvière, 2009]

3 Étude des sous-variétés

3.1 Théorème des sous-variétés

[Rouvière, 2009]

3.2 Espaces tangents

[Rouvière, 2009]

3.3 Extremum lié

[Rouvière, 2009]

215 Applications différentiables définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n . Exemples et applications.

- Brouwer [Gonnard and Tossel, 1998]
- Hadmard Lévy [Bernis and Bernis, 2018]

1 Différentiabilité

1.1 Définition

[Gourdon, 2020] [Rouvière, 2009] [Beck et al., 2005]

1.2 Dérivées partielles

[Gourdon, 2020] [Rouvière, 2009] [Beck et al., 2005]

2 Le théorème d'inversion locale

2.1 Énoncés et premières conséquences

[Gourdon, 2020] [Rouvière, 2009] [Gonnard and Tossel, 1998] [Bernis and Bernis, 2018]

2.2 Le théorème des fonctions implicites

[Gourdon, 2020] [Rouvière, 2009]

3 Extrema

3.1 Caractérisations

[Gourdon, 2020] [Testard, 2012] [Rouvière, 2009] [Beck et al., 2005]

3.2 Extremum liée et sous-variétés

[Rouvière, 2009]

3.3 Recherche d'extrema

[Allaire, 2005] [Ciarlet, 2006]

219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

- Inégalité de Hadamard [Rouvière, 2009]
- Optimisation Hilbert [Ciarlet, 2006]

1 Existence - Unicité

1.1 Compacité et coercivité

[Gourdon, 2020] [Testard, 2012]

1.2 Convexité

[Ciarlet, 2006] [Brezis, 2005]

2 Utilisation du calcul différentiel

2.1 Différentielle d'ordre 1

[Rouvière, 2009] [Testard, 2012]

2.2 Différentielle d'ordre 2

[Rouvière, 2009] [Beck et al., 2005]

2.3 Extremum lié

[Amrani, 2019] [Rouvière, 2009]

3 Recherche d'extremum

3.1 Algorithme de gradient

[Allaire, 2005] [Ciarlet, 2006]

3.2 Méthode de Newton

[Allaire, 2005] [Ciarlet, 2006]

220 Equations différentielles ordinaires. Exemples de résolution et d'études de solutions en dimension 1 et 2.

— Hadamard Lévy [Bernis and Bernis, 2018]
— Lotka Voleterra [Berthelin, 2021]
[Berthelin, 2021] partout

1 Étude théorique

1.1 Introduction

1.2 Existence et unicité

1.3 Théorème des bouts

2 Exemple de résolution

2.1 Résolution explicite

2.2 Résolution numérique

[Demailly, 2016]

3 Étude qualitative

3.1 Stabilité

3.2 Approche géométrique

3.3 Localisation des zéros (pas certain de ça)

221 Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

- Nombre de zéros d'une EDO [Queffélec and Zuily, 2020]
- $-u'' + u = f$ sur $H^1(\mathbb{T})$

1 Introduction

1.1 Problème de Cauchy

[Berthelin, 2021]

1.2 Le théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire

[Berthelin, 2021]

1.3 Exemples de problèmes aux limites

[Berthelin, 2021] [Brezis, 2005]

2 Exemple de résolution explicites

[Berthelin, 2021]

3 Étude qualitative

3.1 Stabilité des systèmes monotones

[Berthelin, 2021] [Queffélec and Zuily, 2020]

3.2 Approche géométrique

[Berthelin, 2021] [Queffélec and Zuily, 2020]

3.3 Théorie de Sturm

[Berthelin, 2021]

4 Théorie de Floquet

[Berthelin, 2021] [Benzoni-Gavage, 2021]

223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.

- Ruine du joueur [Bernis and Bernis, 2018]
- Théorème de réarrangement de Riemann [Francinou et al., 2007] [Hauchecorne, 2007]

1 Étude des suites numériques

1.1 Convergence de suites numériques

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011]

1.2 Valeurs d'adhérences

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011] [Hassan, 2011] [Francinou et al., 2007]

2 Suites définies par des sommes

2.1 Définition et convergence d'une série

[Gourdon, 2020] [Francinou et al., 2007]

2.2 Critère de convergence

[Gourdon, 2020] [Hauchecorne, 2007] [Francinou et al., 2007]

2.3 Somme des séries semi-convergente

[Francinou et al., 2007] [Hauchecorne, 2007]

3 Suites numériques définies par récurrence

3.1 Suites récurrentes linéaires

[Bernis and Bernis, 2018] [Gourdon, 2020]

3.2 Résolutions d'équations

[Demailly, 2016]

224 Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

- Méthode phase stationnaire [Queffélec and Zuily, 2020]
 - Nombre de zéros d'une EDO [Queffélec and Zuily, 2020]
- [Francinou et al., 2007] [Francinou et al., 2009] [Francinou et al., 2014] [Francinou et al., 2012]

1 Développements limités

1.1 Formule de Taylor-Young

[Gourdon, 2020]

1.2 Premiers exemples

[Gourdon, 2020]

1.3 Étude de fonctions réciproques

[Testard, 2012]

2 Série et intégrale

2.1 Calcul élémentaire

[Gourdon, 2020]

2.2 Comparaison série intégrale

[Gourdon, 2020]

2.3 Méthode de la phase stationnaire

[Queffélec and Zuily, 2020]

3 Suites numériques

3.1 Suites récurrentes

[Testard, 2012] [Gourdon, 2020]

3.2 Suites définies implicitement

[Testard, 2012] [Francinou et al., 2007]

3.3 Zéros d'une EDO

[Queffélec and Zuily, 2020] [Berthelin, 2021]

226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples. Applications à la résolution approchée d'équations.

- Convergence de la méthode de la puissance [Rombaldi, 2019]
- Ruine du joueur [Bernis and Bernis, 2018]

1 Premiers exemples

1.1 Définitions et suite réelles classiques

[Amrani, 2011] [Gourdon, 2020]

1.2 Suites récurrentes linéaires à coefficients constants

[Amrani, 2011] [Gourdon, 2020] [Bernis and Bernis, 2018]

1.3 Suites vectorielles

2 Convergence et point fixe

2.1 Critère et vitesse de convergence

[Francinou et al., 2007] [Amrani, 2011] [Gourdon, 2020]

2.2 Théorème de point fixe

[Demailly, 2016] [Rouvière, 2009]

2.3 Comportement des points fixes

[Demailly, 2016]

3 Algorithme itératif

3.1 Résolution de système linéaire

[Rombaldi, 2019]

3.2 Résolution d'équations

[Demailly, 2016]

3.3 Méthode de la puissance

[Rombaldi, 2019]

228 Continuité, dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications.

- Stone Weierstrass [Hirsch and Lacombe, 2009]
- $-u'' + u = f$ sur $H^1(\mathbb{T})$

1 Introduction

1.1 Continuité

[Gourdon, 2020] [Ramis et al., 2017] [Hirsch and Lacombe, 2009]

1.2 Dérivabilité

[Ramis et al., 2017] [Gourdon, 2020]

1.3 Intégration et primitives

[Ramis et al., 2017] [Gourdon, 2020]

2 Résultats fondamentaux

2.1 Formules de Taylor

[Gourdon, 2020]

2.2 Problème d'inversion

[Gourdon, 2020]

2.3 Résultats de densité

[Queffélec and Zuily, 2020] [Hirsch and Lacombe, 2009]

3 Théorie des distributions

3.1 Définition

[Bony, 2001]

3.2 Dérivation

[Bony, 2001]

3.3 EDP dans les espaces de Sobolev

[Brezis, 2005]

229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

- Optimisation Hilbert [Ciarlet, 2006]
- Lotka-Volterra [Berthelin, 2021]

1 Fonctions monotones

1.1 Premières propriétés

[Ramis et al., 2017]

1.2 Régularité

[Ramis et al., 2017]

2 Fonctions convexes

2.1 Définition

[Allaire, 2005] [Beck et al., 2005] [Ramis et al., 2017]

2.2 Régularité du cas réel

[Ramis et al., 2017]

2.3 Fonctions de plusieurs variables

[Ramis et al., 2017]

3 Applications

3.1 Inégalité de convexité

[Gourdon, 2020]

3.2 Système de Lotka-Volterra

[Berthelin, 2021]

3.3 Optimisation

[Ciarlet, 2006] [Brezis, 2005]

230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples

- $\zeta(2k)$ [Francinou et al., 2009]
- Théorème de réarrangement de Riemann [Francinou et al., 2007] [Hauchecorne, 2007]

1 Critère de convergence

1.1 Généralités

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011]

1.2 Exemples de critères de convergence

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011]

1.3 Série semi-convergente

[Gourdon, 2020] [Hauchecorne, 2007] [Francinou et al., 2007]

2 Calculs de sommes

2.1 Calculs exactes

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011] [Francinou et al., 2007] [Queffélec and Zuily, 2020] (pour des app avec Fourier)

2.2 Étude asymptotique

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011]

3 Applications aux séries entières

3.1 Rayon de convergence

[Gourdon, 2020]

3.2 Expression de $\zeta(2k)$

[Francinou et al., 2009]

3.3 Utilisation des séries entières en probabilité

[Queffélec and Queffélec, 2017] [Appel, 2015] [Francinou et al., 2009]

234 Fonctions et espaces de fonctions Lebesgue-intégrables.

- Théorème de Plancherel [Rudin, 2020]
- Compacité dans L^p [Brezis, 2005] [Hirsch and Lacombe, 2009]

1 L'espace $\mathcal{L}^1(\mu)$ des fonctions intégrables

1.1 Définition

[Briane and Pages, 2006]

1.2 Théorèmes de convergence

[Briane and Pages, 2006] [Queffélec and Zuily, 2020]

1.3 Théorèmes de Fubini

[Briane and Pages, 2006]

2 L'espace L^p

2.1 L'espace vectoriel normé L^p

[Briane and Pages, 2006] [Brezis, 2005] [Barbe and Ledoux, 2007]

2.2 Théorèmes de densité

[Li, 2013] [Briane and Pages, 2006]

2.3 Complétude

[Briane and Pages, 2006] [Brezis, 2005]

3 Convolution et régularisation

3.1 Convolution

[Brezis, 2005] [Li, 2013] ([Rudin, 2020] pour Plancherel)

3.2 Suites régularisantes

[Brezis, 2005]

3.3 Compacité dans les L^p

[Brezis, 2005]

235 Problèmes d'interversion en analyse.

- Prolongement Γ [Queffélec and Zuily, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]
- $\zeta(2k)$ [Francinou et al., 2009]

1 Interversion de limites

2 Interversion limite-intégrale

3 Interversion de quantificateurs

3.1 Utilisation de la compacité

thm Heine, résultats d'uniformité

3.2 Théorème de Baire

236 Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.

- Inversion de Fourier dans $L^1(\mathbb{R}^d)$ [Li, 2013] [Amrani, 2008]
- Prolongement Γ [Queffélec and Zuily, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]

1 Méthodes élémentaires

1.1 Théorème fondamental de l'analyse, théorème de Fubini

[Gourdon, 2020] [Candelpergher, 2009] [Briane and Pages, 2006]

1.2 Changement de variable, intégration par parties

[Gourdon, 2020] [Candelpergher, 2009] [Briane and Pages, 2006]

2 Utilisation de techniques d'analyse

2.1 Théorème de convergence dominée

[Gourdon, 2020] [Candelpergher, 2009] [Briane and Pages, 2006]

2.2 Analyse de Fourier

[Li, 2013] [Amrani, 2008]

3 Utilisation de l'analyse complexe

3.1 Intégration sur un contour

[Queffélec and Queffélec, 2017] [Tauvel, 2020]

3.2 Théorème des résidus

[Queffélec and Queffélec, 2017] [Tauvel, 2020]

4 Calcul approché

4.1 Méthode par quadratures

[Demailly, 2016]

4.2 Monte-Carlo

[Ouvrard, 2000]

239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

— Méthode phase stationnaire [Queffélec and Zuily, 2020]
— Prolongement Γ [Queffélec and Zuily, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]
[Li, 2013]

1 Étude de la régularité

1.1 Continuité, dérivation, holomorphie

[Queffélec and Zuily, 2020]

1.2 Application : étude de la fonction Γ

[Queffélec and Zuily, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]

2 Convolution

2.1 Généralités

[Queffélec and Zuily, 2020] [Brezis, 2005]

2.2 Régularisation

[Queffélec and Zuily, 2020] [Brezis, 2005]

2.3 Théorèmes de densité

[Queffélec and Zuily, 2020] [Brezis, 2005]

3 Transformation de Fourier

3.1 Étude dans L^1

[Lestafi, 2012]

3.2 Étude dans \mathcal{S}

[Lestafi, 2012] [Queffélec and Zuily, 2020]

3.3 Extension à L^2

[Lestafi, 2012] [Queffélec and Zuily, 2020]

241 Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples

- $\zeta(2k)$ [Francinou et al., 2009]
 - Décomposition d'une loi de Poisson [Queffélec and Queffélec, 2017]
- [Hauchecorne, 2007]

1 Différents mode de convergence

1.1 Convergence simple

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011]

1.2 Convergence uniforme

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011] [Tauvel, 2020]

1.3 Convergence normale

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011] [Tauvel, 2020]

2 Séries entières

2.1 Généralités, rayon de convergence

[Gourdon, 2020]

2.2 Comportement sur le disque de convergence

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011] [Francinou et al., 2009]

2.3 Fonctions génératrices

[Queffélec and Queffélec, 2017] [Appel, 2015]

3 Études de fonctions usuelles

3.1 Fonction ζ

[Gourdon, 2020] [Queffélec and Zuily, 2020] [Francinou et al., 2009]

3.2 Fonction Γ

[Queffélec and Zuily, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]

243 Séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

- $\zeta(2k)$ [Francinou et al., 2009]
- Indécomposabilité de la loi de Poisson par les séries entières [Queffélec and Queffélec, 2017]

1 Série entière et rayon de convergence

1.1 Généralités

[Gourdon, 2020]

1.2 Calcul du rayon de convergence

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011]

1.3 Comportement sur le disque de convergence

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011] [Francinou et al., 2009]

2 Développement des fonctions en séries entières

2.1 Régularité des séries entières

[Gourdon, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]

2.2 Fonctions réelles développables en série entière

[Gourdon, 2020] [Amrani, 2011]

2.3 Holomorphie et analytité

[Gourdon, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]

3 Applications

3.1 Expression de $\zeta(2k)$

[Francinou et al., 2009]

3.2 Utilisation des séries entières en probabilité

[Queffélec and Queffélec, 2017] [Appel, 2015]

245 Fonctions d'une variable complexe. Exemples et applications.

— Prolongement de Γ [Queffélec and Zuily, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]
— Indécomposabilité de la loi de Poisson par les séries entières [Queffélec and Queffélec, 2017]
[Tauvel, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017] [Beck et al., 2005] ([Queffélec and Zuily, 2020])

1 Fonctions holomorphe

1.1 Conditions de Riemann

1.2 Théorème de Cauchy

2 Conséquence du théorème de Cauchy

2.1 Inégalité de Cauchy

2.2 Principe des zéros isolés

2.3 Principe du maximum

3 Théorie des résidus

3.1 Fonctions méromorphes et pôles

3.2 Théorème des résidus

246 Séries de Fourier. Exemples et applications.

- $-u'' + u = f$ sur $H^1(\mathbb{T})$
- $\zeta(2k)$ [Francinou et al., 2009]

1 Introduction

1.1 Définition et premiers exemples

[Queffélec and Zuily, 2020]

1.2 Lien décroissance - régularité

[Queffélec and Zuily, 2020]

1.3 Noyaux trigonométriques

[Queffélec and Zuily, 2020]

2 Résultats de convergence

2.1 Théorème de Fejer

[Queffélec and Zuily, 2020]

2.2 Théorème de Dirichlet

[Queffélec and Zuily, 2020] [Gourdon, 2020]

2.3 Aspects Hilbertien

[Queffélec and Zuily, 2020] [Beck et al., 2005]

3 Applications

3.1 Calculs de sommes

[Queffélec and Zuily, 2020] [Francinou et al., 2009] [Gourdon, 2020] ([Tenenbaum, 2022])

3.2 Résolution EDP

[Queffélec and Zuily, 2020]

250 Transformation de Fourier. Applications.

- Méthode de la phase stationnaire [Queffélec and Zuily, 2020]
- Théorème de Plancherel [Rudin, 2020]

1 Définition dans $L^1(\mathbb{R})$

1.1 Définition et premiers exemples

[Amrani, 2008] [Queffélec and Zuily, 2020]

1.2 Convolution, décroissance et régularité

[Amrani, 2011] [Li, 2013]

1.3 Formule d'inversion

[Amrani, 2011] [Li, 2013]

2 Restriction à l'espace de Schwartz

2.1 Généralités sur l'espace de Schwartz

[Amrani, 2011] [Li, 2013]

2.2 Une application bijective

[Amrani, 2011] [Li, 2013]

2.3 Application : méthode de la phase stationnaire

[Queffélec and Zuily, 2020]

3 Extension à l'espace $L^2(\mathbb{R})$

[Amrani, 2011] [Li, 2013]

4 Résolutions d'EDP

4.1 Résolution explicite

[Amrani, 2008]

4.2 Méthode des différences finies

[Allaire, 2005]

253 Utilisation de la notion de convexité en analyse.

- Optimisation Hilbert [Ciarlet, 2006]
- Brouwer [Gonnard and Tossel, 1998]

1 Parties convexes d'un espace vectoriel normé

1.1 Géométrie des convexes

1.2 Convexité dans les espaces de Hilbert

[Brezis, 2005] [Li, 2013]

1.3 Séparation des convexes : les théorèmes de Hahn-Banach

[Brezis, 2005]

2 Fonctions convexes

2.1 Définition et premières propriétés

[Ramis et al., 2017] [Beck et al., 2005] [Allaire, 2005]

2.2 Caractérisation

[Ramis et al., 2017]

2.3 Inégalité de convexité

[Gourdon, 2020] + Hoeffding REF????

3 Optimisation

3.1 Utilisation de la convexité

[Ciarlet, 2006] [Gourdon, 2020] [Testard, 2012]

3.2 Optimisation dans un Hilbert

[Ciarlet, 2006]

3.3 Algorithme

[Allaire, 2005] [Ciarlet, 2006]

261 Loi d'une variable aléatoire : caractérisations, exemples, applications.

- Indécomposabilité de la loi de Poisson par les séries entières [Queffélec and Queffélec, 2017]
- Polynômes d'approximation de Bernstein [Queffélec and Zuily, 2020] [Demailly, 2016] [Gourdon, 2020]

1 Généralités, premiers exemples

1.1 Loi d'une variable aléatoire

1.2 Espérance d'une variable aléatoire

1.3 Application des probabilités en analyse : les polynômes de Bernstein

2 Caractérisations d'une loi

2.1 Fonction de répartition

2.2 Fonction caractéristique

2.3 Fonction génératrice

dvpt loi de Poisson

3 Convergence en loi

3.1 Caractérisations

3.2 Théorème central limite

262 Convergences d'une suite de variables aléatoires. Théorèmes limite. Exemples et applications.

264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

- Indécomposabilité de la loi de Poisson par les séries entières [Queffélec and Queffélec, 2017]
- Polynômes d'approximation de Bernstein [Queffélec and Zuily, 2020] [Demailly, 2016] [Gourdon, 2020]

1 Étude des variables aléatoires discrètes

1.1 Variables aléatoires discrètes et moments

1.2 Série génératrice

2 Variables aléatoires discrètes usuelles

2.1 Loi de Bernoulli et loi Binomiale

Ruine du joueur

2.2 Loi géométrique

2.3 Loi de Poisson

Indécomposabilité

3 Théorèmes limites

3.1 Lois faible et forte des grands nombres

Polynômes de Bernstein

3.2 Théorème central limite

265 Exemples d'études et d'applications de fonctions usuelles et spéciales

- Prolongement de Γ [Queffélec and Zuily, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]
- $\zeta(2k)$ [Francinou et al., 2009]

1 Fonction exponentielle et fonctions associées

1.1 Fonction exponentielle

[Gourdon, 2020]

1.2 Fonctions logarithmes

[Tauvel, 2020]

1.3 Fonctions trigonométriques et hyperboliques

[Gourdon, 2020]

2 Analyse complexe

2.1 Outils d'étude

[Queffélec and Zuily, 2020]

2.2 Fonction Γ

[Queffélec and Zuily, 2020] [Queffélec and Queffélec, 2017]

3 Arithmétique

3.1 Fonction ζ

[Queffélec and Zuily, 2020] [Gourdon, 2020]

3.2 Lien avec les nombres premiers

[Gourdon, 2020] [Queffélec and Zuily, 2020]

4 Équations différentielles

4.1 Fonction Airy

[Queffélec and Zuily, 2020]

4.2 Étude asymptotique, méthode de la phase stationnaire

[Queffélec and Zuily, 2020]

266 Illustration de la notion d'indépendance en probabilités.

- Indécomposabilité de la loi de Poisson par les séries entières [Queffélec and Queffélec, 2017]
- Polynômes d'approximation de Bernstein [Queffélec and Zuily, 2020] [Demailly, 2016] [Gourdon, 2020]

1 Indépendance : définitions et caractérisations

1.1 Indépendance d'événements

1.2 Indépendance de variables aléatoires

1.3 Indépendance et corrélation

2 Somme de variables aléatoires indépendantes

2.1 Loi d'une somme de variables aléatoires indépendantes

2.2 Exemple de modélisation : la ruine du joueur

3 Indépendance dans l'étude de la convergence

3.1 Lemmes de Borel-Cantelli

3.2 Théorèmes limites

267 Exemples d'utilisation de courbes en dimension 2 ou supérieure.

- Lotka Voleterra [Berthelin, 2021]
- Inversion de Fourier dans $L^1(\mathbb{R}^d)$ [Li, 2013] [Amrani, 2008]

1 Question de topologie

1.1 Connexité, connexité par arcs

1.2 Composantes connexes

2 Étude qualitative des EDO en dimension 2

2.1 Orientation d'un champ de vecteurs, isoclines

app à lotka volterra

2.2 Illustration de la stabilité en dimension 2

3 Calcul différentiel

3.1 Sous-variétés

3.2 Descente de gradient

4 Analyse complexe

4.1 Intégration le long d'un chemin

4.2 Théorème des résidus

Références

- [Allaire, 2005] Allaire, G. (2005). *Analyse numérique et optimisation*. Les éditions de l'Ecole polytechnique.
- [Amrani, 2008] Amrani, M. E. (2008). *Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels*. Ellipses.
- [Amrani, 2011] Amrani, M. E. (2011). *Suites et séries numériques. Suites et séries de fonctions*. Ellipses.
- [Amrani, 2019] Amrani, M. E. (2019). *Calcul différentiel*. Ellipses.
- [Appel, 2015] Appel, W. (2015). *Probabilités pour les non-probabilistes*. H&K.
- [Barbe and Ledoux, 2007] Barbe, P. and Ledoux, M. (2007). *Probabilité*. EDP Sciences.
- [Beck et al., 2005] Beck, V., Malick, J., and Peyré, G. (2005). *Objectif Agrégation*. H&K.
- [Benzoni-Gavage, 2021] Benzoni-Gavage, S. (2021). *Calcul différentiel et équations différentielles*. Dunod.
- [Bernis and Bernis, 2018] Bernis, J. and Bernis, L. (2018). *Analyse pour l'agrégation de mathématiques. 40 développements*. Ellipses.
- [Berthelin, 2021] Berthelin, F. (2021). *Équations différentielles*. Cassini.
- [Bony, 2001] Bony, J.-M. (2001). *Cours d'analyse - Théorie des distributions et analyse de Fourier*. Les éditions de l'Ecole polytechnique.
- [Brezis, 2005] Brezis, H. (2005). *Analyse fonctionnelle*. Dunod.
- [Briane and Pages, 2006] Briane, M. and Pages, G. (2006). *Théorie de l'intégration*. Vuibert.
- [Candelpergher, 2009] Candelpergher, B. (2009). *Calcul intégral*. Cassini.
- [Ciarlet, 2006] Ciarlet, P. (2006). *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*. Sciences Sup.
- [Demailly, 2016] Demailly, J.-P. (2016). *Analyse numérique et équations différentielles*. EDP Sciences.
- [Francinou et al., 2007] Francinou, S., Gianella, H., and Nicolas, S. (2007). *Oraux X-ENS. Analyse 1*. Cassini.
- [Francinou et al., 2009] Francinou, S., Gianella, H., and Nicolas, S. (2009). *Oraux X-ENS. Analyse 2*. Cassini.
- [Francinou et al., 2012] Francinou, S., Gianella, H., and Nicolas, S. (2012). *Oraux X-ENS. Analyse 4*. Cassini.
- [Francinou et al., 2014] Francinou, S., Gianella, H., and Nicolas, S. (2014). *Oraux X-ENS. Analyse 3*. Cassini.
- [Gonnard and Tossel, 1998] Gonnard, S. and Tossel, N. (1998). *Calcul différentiel*. Ellipses.
- [Gourdon, 2020] Gourdon, X. (2020). *Analyse*. Ellipses.
- [Gourdon, 2021] Gourdon, X. (2021). *Algèbre*. Ellipses.
- [Hassan, 2011] Hassan, N. (2011). *Topologie générale et espaces normés*. Dunod.
- [Hauchecorne, 2007] Hauchecorne, B. (2007). *Les contre-exemples en mathématiques*. Ellipses.
- [Hirsch and Lacombe, 2009] Hirsch, F. and Lacombe, G. (2009). *Éléments d'analyse fonctionnelle*. Dunod.
- [Lestafi, 2012] Lestafi, A. (2012). *Distributions, analyse de FOURIER, et transformation de LAPLACE*. Ellipses.
- [Li, 2013] Li, D. (2013). *Cours d'analyse fonctionnelle*. Ellipses.
- [Ouvrard, 2000] Ouvrard, J.-Y. (2000). *Probabilités 2*. Cassini.
- [Queffélec, 2020] Queffélec, H. (2020). *Topologie*. Dunod.
- [Queffélec and Queffélec, 2017] Queffélec, H. and Queffélec, M. (2017). *Analyse complexe et applications*. Calvage & Mounet.
- [Queffélec and Zuily, 2020] Queffélec, H. and Zuily, C. (2020). *Analyse pour l'agrégation*. Dunod.
- [Ramis et al., 2017] Ramis, E., Deschamps, C., and Odoux, J. (2017). *Le cours de mathématiques - T3 Topologie et éléments d'analyse*. Dunod.
- [Rombaldi, 2019] Rombaldi, J.-E. (2019). *Analyse matricielle. Cours et exercices résolus*. EDP Sciences.
- [Rouvière, 2009] Rouvière, F. (2009). *Petit guide de calcul différentiel*. Cassini.
- [Rudin, 2020] Rudin, W. (2020). *Analyse réelle et complexe*. Dunod.
- [Tauvel, 2020] Tauvel, P. (2020). *Analyse complexe pour la Licence 3*. Dunod.
- [Tenenbaum, 2022] Tenenbaum, G. (2022). *Introduction à la théorie analytique et probabiliste des nombres*. Dunod.
- [Testard, 2012] Testard, F. (2012). *Analyse mathématique*. C&M.